

日本の梵鐘の部分音と振動モードについて

櫻井直樹¹、林皇志²、ダニエル・ファン・ビアーズ³、桜井眞樹子⁴(¹広島大学統合生命科学研究科、²録音技師、³メディアプロデューサー、⁴声明音楽家)

要旨

日本のお寺の梵鐘の音響学的調査を行った。これまでCD録音されていた梵鐘の音響スペクトル(部分音)は、一番低いピークが41~129Hzで次の高次部分音は109~312Hzの範囲で、一番目と二番目の音高の比率は2.32~2.80の範囲にあった。円周が自由に振動する円板の振動パターンから類推すると、これら録音された梵鐘の一番低い音のさらに低音に基音となるべきピークがあると予想された。そこで低音(4Hz)から録音できる高性能マイクを使って、三井寺の梵鐘を調査した。マイクを梵鐘内部に設置したときに、これまで録音されなかった低い音(47Hz)がでていることがわかり、47Hzが梵鐘の真の基音の振動モード(0 1)であることが類推された。

1. はじめに

日本の梵鐘が発生する音の発音機構については古くは、Obata & Tesima (1934)の研究がある。彼らは、梵鐘の振動を測定し、その部分音が2:5:7:9:11の比で並んでいると報告している。Rossing (1989)は、小型の梵鐘(直径30.3センチ、高さ42.5センチ)を用い、部分音のスペクトルを測定してその比が、2:5:7:9:11:13:16であることを報告している。最近では、西口・高澤(1997)が、有限要素法を用いて和鐘(直径80センチ、高さ135.8センチ)の振動モードをコンピュータで解析し、振動モードと発生する音高の周波数を計算している。録音した梵鐘の最低音の周波数(137.8Hz)を計算結果と比較し、振動モードの説明をしている。しかし、実測された周波数比は、1.000:2.190:2.747:2.840:3.159:3.733:4.051で、Obata & Tesima(1934)やRossing (1989)の比とは異なる。また、彼らの測定した実際の音高のいくつかの周波数は有限要素法の計算結果とは一致しない。

筆者らは、これまで縁が自由に振動する円板振動について研究してきた(秋元ら、2017)。円板の振動は、円板上で振動しない節線を挟んで反対方向に振動する多数の振動モードからなっている。節線の種類には2種類あり、ピザを切るときのように円板の中心をとる直線の節線と、円板内側に同心円状にできるリング状の節線である。円板をたたくと円板上には多数のこれらの節線が生じ、複雑な音(音色)が出る。各振動モードの表記法は、直線の節数をn、リング状はmで表し(n m)のように記す。円板をたたいた時に発生する部分音の振動数の比をモード(0 1)を1.00として表すと、その上には、2.25(1 1):3.87(2 1):4.23(0 2):5.80(3 1):6.57(1 2):9.26(2 2):9.64(0 3):10.57(5 1)の比で部分音が存在することが理論的に計算されている。こ

の数字の並びを見ると、これまで測定されてきた梵鐘の部分音の比とは合わない。

この矛盾は、もしこれまで録音されていた最低音のさらに下に、超低音が存在すると考えれば解決する可能性がある。そこで、本論文ではこれまで録音されてこなかった、超低音の音が梵鐘から出ているかを超低音が録音できるマイクロフォンを用いて確かめる実験をした。

録音対象として三井寺の鐘を選んだ。三井寺の鐘は「形」の平等院、「銘」の神護寺とともに「音」の三井寺として日本三銘鐘の一つに数えられている(三井寺の鐘、2019)。

2. 方法

梵鐘の録音には、無指向性マイク (Earthworks, QTC40) 及びレコーダ (Roland, EDIROL R-44) を用いた。このマイクの周波数取得範囲は、公称 4Hz~40kHz である。通常のマイクの周波数取得範囲は、ヒトの聴覚範囲を考慮して 20~20 kHz となっているが、20Hz 付近では感度が 1/5 に落ちる。しかし用いた QTC40 は、4Hz まで感度が落ちないことが保証されている。サンプリング周波数は 48kHz、24bit で録音した。マイクの設置位置は次の 3 通りとした。①梵鐘の側面の外側約 30 センチ離して設置、②梵鐘の直下 50 センチに設置、③梵鐘内部中心に開口部から約 50 センチ内部に差し込む、の 3 通りである。

梵鐘の録音は、滋賀県大津市にある三井寺の梵鐘で 2019 年 11 月 2 日に行った。その大きさは、高さ、1.65m、直径 1.23m、厚さ 0.105m である (森永・養田 1981)。

得られた音響データは、スペクトラプラス (Spectra PlusSC; Sound Technology, Campbell, USA) で解析した。音響解析の結果は、通常のスเปクトルグラフと時系列スเปクトルグラフの 2 つの方法で表記した。

すでに市販されている日本の梵鐘を録音した CD は「梵鐘」(CBS Sony) から三井寺の録音データを同じくスペクトラプラスで分析した。

3. 結果

(1) CD に録音されている梵鐘のスเปクトル分析と振動モードの帰属

CD(「梵鐘」)に録音された三井寺の梵鐘のスเปクトル分析の結果を図 1 と表 1 に示す。録音された音を分析すると、主要なピークは 109, 216, 254, 320, 348, 410, 464, 567Hz の 8 本であった。円周が自由に振動する円板の振動のモード表記と、モード(0 1)を基準としたときの振動数の理論比率 (秋元ら、2017) を表 1 に示した。三井寺の梵鐘の基音(最低音)とみられる 109Hz に対応するモードを(0 1)とすると、表 1[仮定 1]の場合の比率 2.33 のピーク (254Hz) はモード (4 0) (比率 2.34)に対応するとみなされるが、216, 319, 348Hz の 3 つの周波数に対応するモードがない。一方、109Hz に対応するモードを (1 1) と仮定した場合[仮定 2]、円板モードの理論的比率に対応しないのは、348Hz の 1 個だけである。348Hz のピークは仮定 2 でも対応するモードが

なかったので、いわゆる梵鐘全体の振動ではなく、梵鐘の上部“笠”（図5の(b)参照)の局所的な振動に起因するのかもしれない。

表1 CD録音された三井寺梵鐘の音の部分音の周波数と振動モードの理論値及びその比率

振動モード	比率	仮定1		仮定2	
		109 Hzを(0 1)モードとしたとき		109 Hzを(1 1)モードとしたとき	
		周波数	比率	周波数	比率
(0 1)	1.00	109	1.00	48**	1.00
(3 0)	1.33				
		(191*)	1.75		
		216	1.98		
(1 1)	2.25			109	2.25
(4 0)	2.34	254	2.33		
		320	2.93		
		348	3.19		
(2 1)	3.87	410	3.76	(191)	3.94
(0 2)	4.23	466	4.27	216	4.46
(3 1)	5.80	567	5.19	253	5.22
(1 2)	6.57			320	6.58
				348	7.18
(4 1)	8.04			410	8.46
(0 3)	9.64			466	9.62
(5 1)	10.57			567	11.68

()内の周波数191Hzは、CD録音では明瞭には認められなかったが、本調査で得られた(図3参照)。

*、斜字体は、対応するモードがない周波数及び比率

**、太字(48)は、CDには録音されていないが、109Hzを(1 1)と仮定した場合に予想される(0 1)モードの周波数(48=109/2.25)

もし仮定2が正しければ、(0 1)モードに起因する音が梵鐘から出ていてもよいが、CDには録音されていない。仮に、(0 1)の周波数が存在するとすれば、109Hzを2.25で割って求めた48Hzのピークが存在するはずである。仮定2では高次の6個のピーク、216、253、319、410、464、567Hzの比率に理論比率が対応しているように思える。

それぞれの2つの仮定で対応するモードを抜き出したのが、表2である。仮定2では8本のピークのうち7本が対応する振動モードに帰属できたが、仮定1では5本であった。また仮定1では、5つのモードのうちリング状の節線(m)がない0のモード(4 0)が含まれるが、仮定2では7個のモード中にmが0のモードは一つも含まれない。

この傾向は、CDに録音されていた三井寺以外の、知恩院、東大寺、方広寺、建長寺、観世音寺、妙心寺、円覚寺でも確認された。これらの寺院のスペクトルから判断される部分音の実測比率と理論比率との合致度は全寺院を平均すると仮定1の場合58.3%であるが、仮定2の場合は81.7%で、仮定2の方が合致率が高い。両者には1%で有意な差があった。

これらの寺院の最低音は41~129Hzの範囲にあり、次の高次部分音109~312Hzとの比率は2.32~2.80にあった。このことから、これまで最低音と次の音の比率が、2:5すなわち2.50と報告されてきたのであろう。上記の各寺の梵鐘の最低音から数えて2つの部分音の比率は平均すると、2.55となり(表3)、Obata & Tesima(1934)やRossing(1989)らが報告している2:5の比率(2.50)に非常に近い。しかし、この比率だけで、梵鐘の振動モードを議論することはこれまでできなかった。それは、録音されていた最低音が、最も低い振動モードでという仮定があったからであろう。

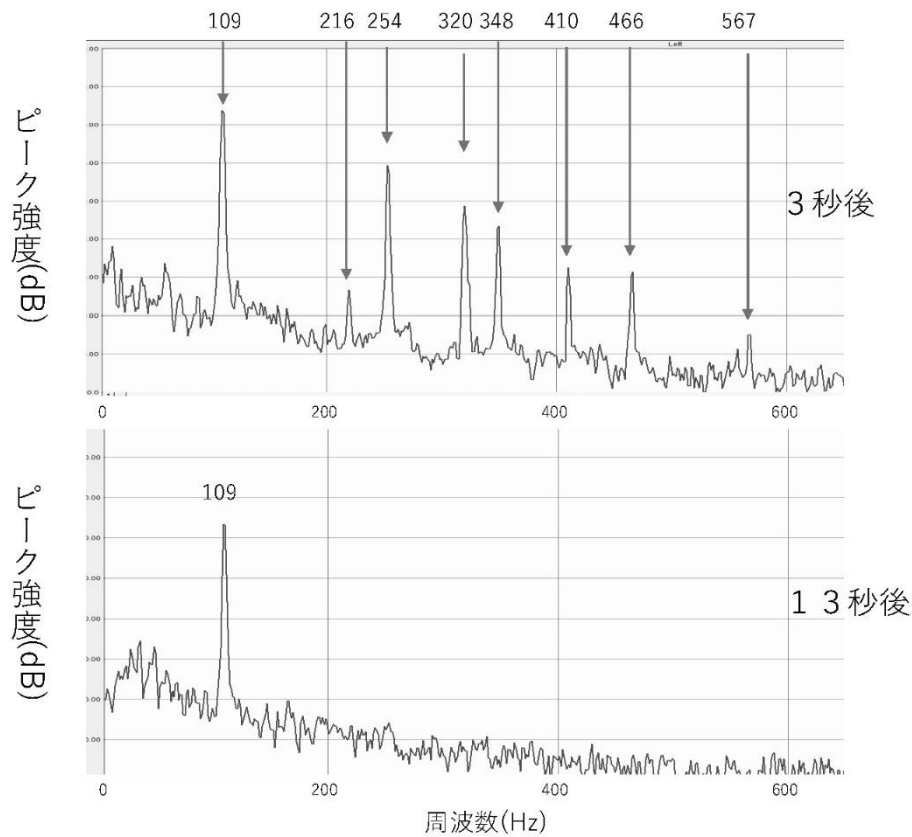


図1 CD録音された三井寺の梵鐘のスペクトル 数字は周波数(Hz)を表す。

表2 録音された最低音を(0 1)あるいは(1 1)モードとした場合に各部分音が合致するモード

仮定 1 (109 Hzを(0 1) モードとした場合)	仮定 2 (109 Hzを(1 1) モードとした場合)
(0 1)	(1 1)
(4 0)	【2 1】
(2 1)	(0 2)
(0 2)	(3 1)
(3 1)	(1 2)
	(4 1)
	(0 3)
	(5 1)

【 】 のモードは、本調査で得られた191Hzに対応するモード

表3 CDに録音された8つの寺院の梵鐘の最低音から数えて2つの部分音の比率

寺院名	部分音番号		比率
	1	2	
知恩院	41	109	2.66
奈良東大寺	46	129	2.80
方広寺	56	148	2.64
円覚寺	92	215	2.34
建長寺	106	249	2.35
三井寺	109	253	2.32
観世音寺	117	320	2.74
妙心寺	129	326	2.53
平均			2.55

円板のスペクトルと CD で録音された三井寺のスペクトルを並べて表示したのが図 2 である。円板の振動モードはクラドニパターンから確定した。図 2 の右には振動モードを図示し、またモード名を表記した。両スペクトルを比較するとそれぞれよく一致している。このことから、円板の振動モードと、梵鐘のような内部が中空の円筒形の振動モードは、類似しているのではないかと思われる。しかし、唯一対応しないのは円盤で見られる (0 1) モードに対応するピークで、これが三井寺の

CD 録音には欠損しているように見える。

このことから、実は各寺の梵鐘の真の最低音は CD に録音された最低音のさらにその下に存在しているのではないかという仮説が生まれた。そこで、高性能マイクを梵鐘の3か所に設置して、いわゆる最低音といわれている音よりもさらに低音に音が存在するかを確かめた。

(2) 三井寺の梵鐘分析

三井寺で録音した梵鐘のスペクトルを図 3 に示す。発音してから、3 秒後と 13 秒後のスペクトルを示す。また、マイクの設置位置を、梵鐘の側面、内部、直下の3か所にしたのでそれぞれのスペクトルを示した。発音してからのスペクトルを強度別に記すと、側面の場合は 109, 253, 320/323, 350, 216, 409, 466/477, 567Hz となる。斜線(/)で示した周波数は、いわゆるダブルレットといわれるもので、同一のモードで、節線の位置が2か所に分離するため2つの隣接するピークが観察されるものと考えられる(Kim et al. 2005)。ダブルレットが生じるのは、直線の節線が生じるモードなので、表1の[仮定2]の466Hz (比率9.62) のピークは、比率では (0 3) (比率9.64) に近いが、(2 2) (比率9.26) である可能性が高い。13 秒後になると、ほとんどの高次のピークが消え、109Hz と 216Hz の、2つのピークが残る。

マイクを梵鐘の内部に設置すると、多数のピークが観察された。特に 109Hz よりも低い位置に、47Hz のピークがみられた。このピークは発音後 3 秒でも 13 秒でも見られ、振動の減衰が少ない。13 秒後では、主ピークである 109Hz のピークの次に強度が高く残っている。つまり 47Hz のピークは余韻が長いことが示唆された。また、側面では明瞭には観察されなかった、191Hz のピークが明瞭に観察された。このピークはその比率からモード (2 1) と考えられる(表1)。

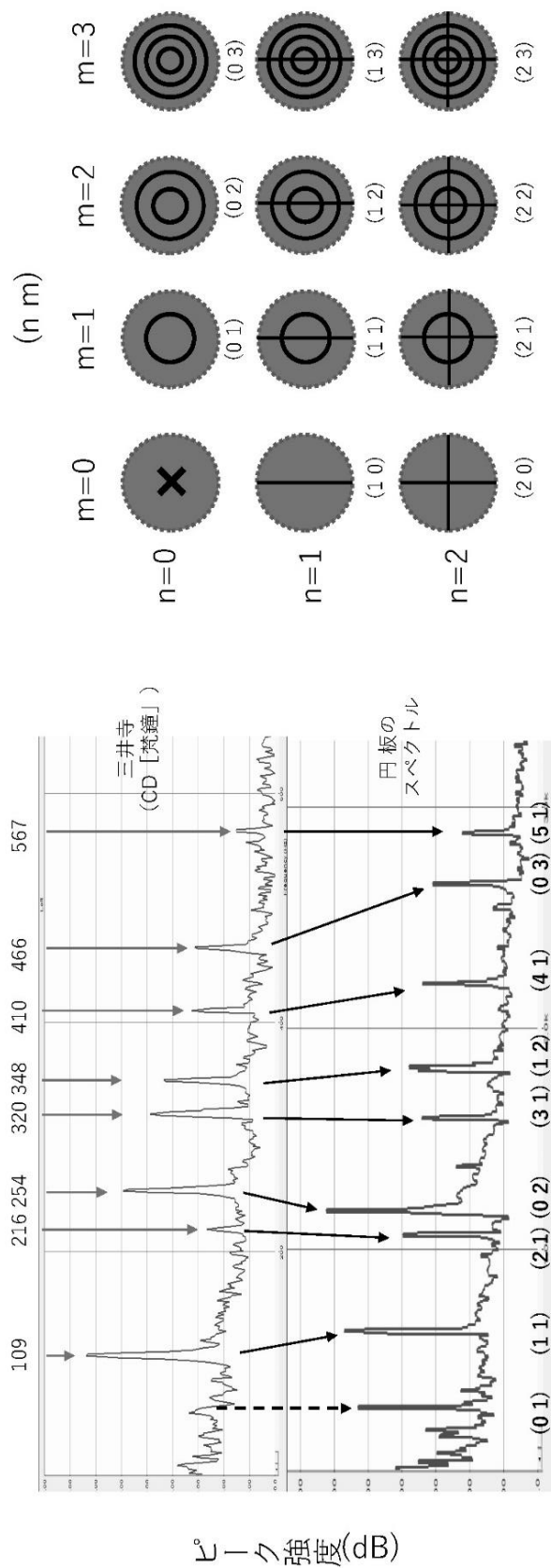


図2 CDに録音されている梵鐘のスペクトルと円盤のスペクトルの比較および振動モード
右図の円盤内の線は、節線（振動しない部分）を表す。モード表記で、nは中心をとおり直線の節線の数、mは
円に沿ったリング状の節線の数を表す。

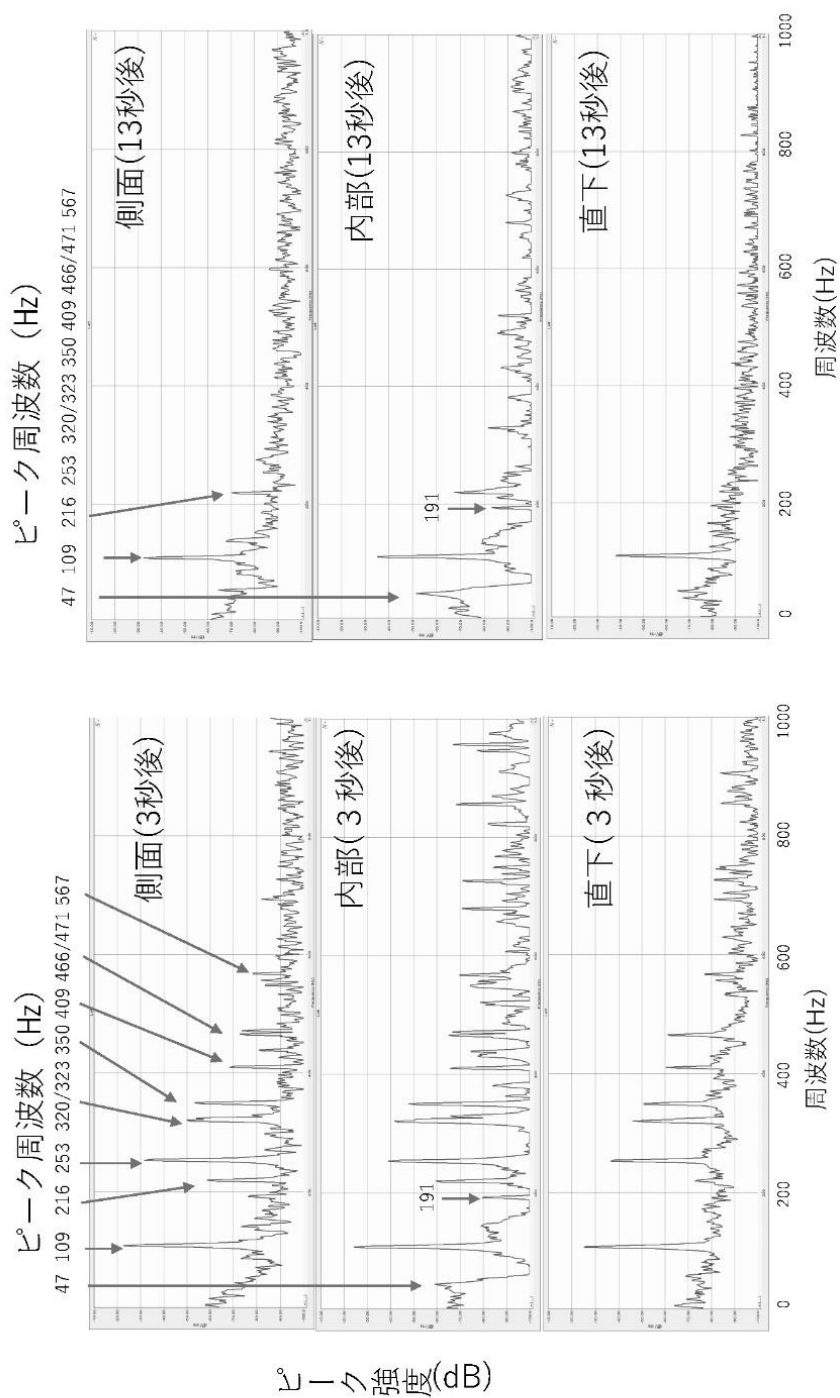


図3 マイクの設置場所別及び経過時間別スペクトログラム
カッコ内の秒数は、鐘を撞いた後の秒数。

一方、マイクを梵鐘の直下に置いた場合は、47、191、216Hzのピークが認められず、3者の中ではもっとも単純なスペクトルであった。

マイクの位置を梵鐘内部に設置したときのみ見られる47Hzのピークをさらに確認するために、マイクの設置位置の影響を時系列スペクトログラムで比較した(図4)。

この図では縦軸が周波数を表し、横軸は時間（秒）を示す。またマイクの位置別に 3 つの時系列スペクトログラムを示した。データは発音から 28 秒後まで示した。梵鐘内部にマイクを設置した場合のみ、側面、直下には見られない 47Hz の周波数が持続してみられることがわかった。

図 3, 4 でマイクを梵鐘内部に設置した場合に見られた 47Hz のピークは、表 1 で 109Hz のモードを (1 1) と仮定した場合に (0 1) モードの周波数として予想した値 (48Hz) と非常に近い。

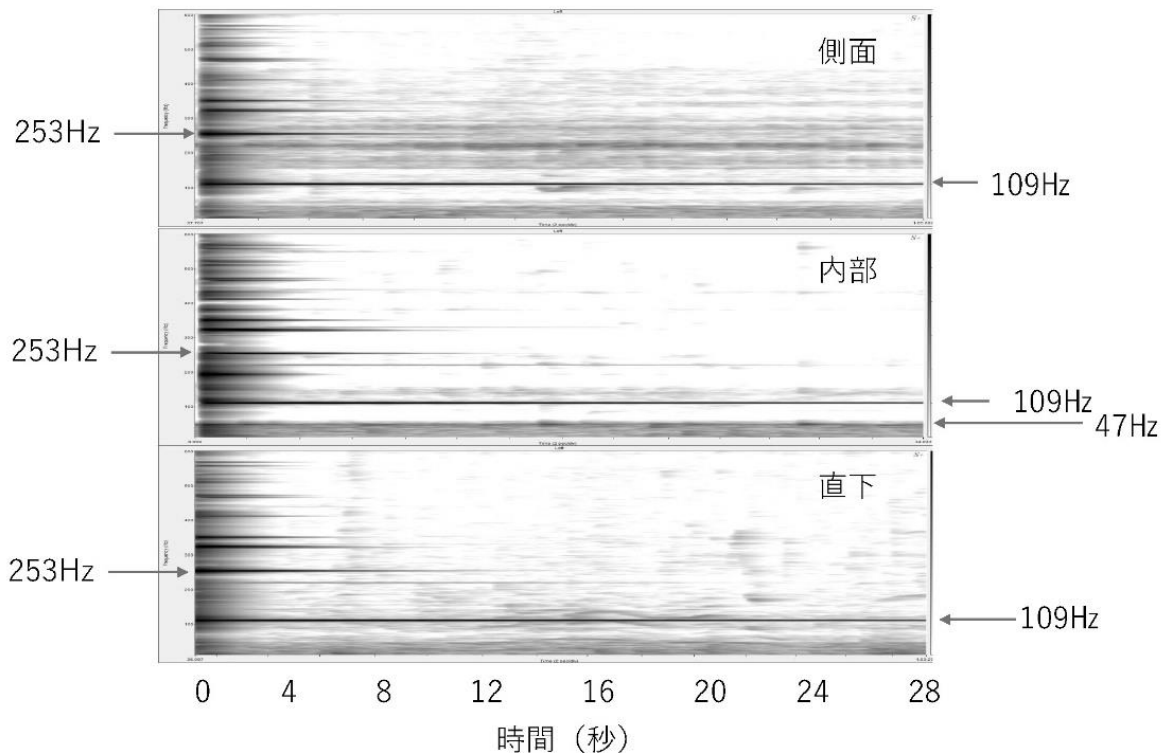


図4 マイクの設置場所別のスペクトルグラム
側面、内部、直下は梵鐘に対してマイクを置いた場所を示す。

4. 考察及び結論

(1) 47Hz のピーク

CDに録音されていない47Hzの音が、高性能マイク(取得周波数範囲4Hz~40kHz)でマイクを梵鐘の内部に設置した場合にのみ記録された。この音が真の基音となるべきで、そのモードは円板の振動モードに対応すれば(0 1)に相当する。この音が、なぜマイクを梵鐘内部に設置した場合にのみはっきりと録音されたかについて考察する。

(0 1)モードはリング状の節線が1本だけあり、直線の節線がないモードである。日本の梵鐘の場合は $m=1$ の節線は“笠”と側面の接合部にあると予測される(図5)。円筒形の梵鐘と円板は位相的に同一とみなされるので、本論文では、両者の振動モードを相同とみなした(図5a)。(0 1)モードの振動(図5b)により空気が振動するが、こ

の振動は側面から放射状に発散される。その強度は側面からの距離の 2 乗に比例して減衰する。一方、内部にマイクを設置した場合は、内部の側面から放射された音波は中心に集中するので、マイクを内部に挿入した場合にのみ 47Hz の音が録音されたのであろう。つまりこの 47Hz の音の強度はもともと小さいので、普通にマイクを梵鐘の側面からある距離を離して録音した場合には取れない可能性がある。また、近年の低周波から録音できる機材の発達も 47Hz が取れた要因の一つであろう。

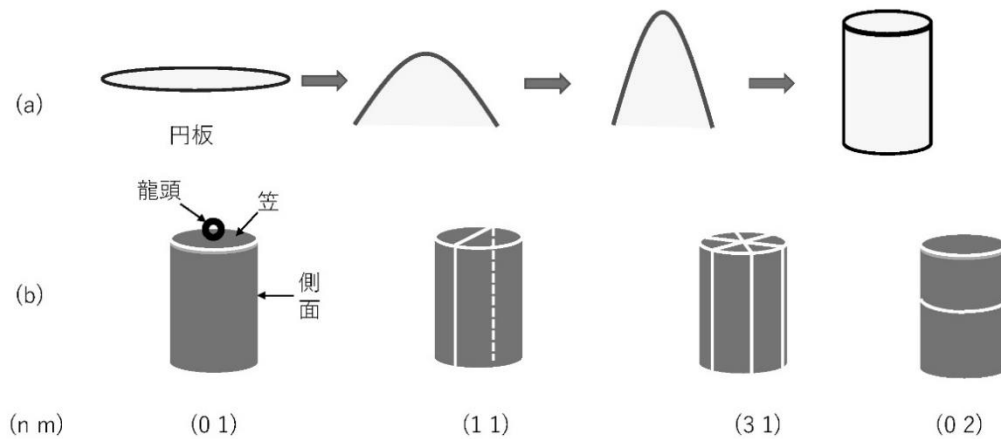


図5 円板と梵鐘の形の類似性および梵鐘の振動モードの図示

(a) 円板をすぼめると梵鐘の形になる

(b) 白い線が節線に当たる。梵鐘の場合、上部の“笠”と呼ばれる部分と下部の筒の接合線がリング状の節線 ($m=1$)に相当すると考えられる。

(2) 梵鐘の振動モードについて

これまで多くの研究者が、梵鐘の振動モードについて論じてきた。西口・高澤(1997)は有限要素法を用いて振動モードを予測し、実測されるスペクトルと比較している。その結果、基音(317.8Hz)の振動モードを(2 0)とし上位の部分音のモードをそれぞれ(3 0)、(4 0)、(2 1)、(3 1)、(5 0)としている。しかし実測された部分音7個のうち、確定された振動モードで予測される周波数と合致するのは、4個のみである。本論文では、基音となるべき音がCDに録音されていないと仮定して、実際にその音が発生しているかを確かめた。マイクを梵鐘内部に設置したとき、三井寺の場合最低音と考えられていた109Hzよりも低い47Hzの音が出ていることがわかった。また、191Hzのピークも明瞭に観察された。以上の結果から、47Hzのピークのモードを円板の振動モードを参考に(0 1)とし、109Hzを(1 1)とすると、10個の観測されたピークのうち9個が理論的な比率と合致した。このことから、梵鐘の振動モードは、リング状の節線が梵鐘の笠と側面の接合部に存在する($n=1$)を基礎として(0 1) [47Hz]、(1 1) [109Hz]、(2 1) [191Hz]、(3 1) [253Hz]、(4 1) [410Hz]、(5 1)

[566Hz]であり、それ以外に、(0 2) [216Hz]、(1 2) [319Hz]、(2 2) [466Hz]のモードが存在していると考えられる。梵鐘の笠の部分と側面の接合部分に節線があると考え、(n 1)のモードが基礎になっている予測には論理的根拠があると考えられる。また、(0 2)、(1 2)、(2 2)のモードは、梵鐘の側面にもう1本リング状の節線が現れるモードで、これも直線の節線の数0,1,2と単純に増加しているモードである。

このように梵鐘の振動モードを円板のモードで類推することができそうなので、三井寺の梵鐘を広げて円板にした場合の(0 1)モードの振動数をよく知られている以下の式 (Leissa 1969)で計算してみた。

$$\nu = \frac{(\lambda^2 \times h)}{2\pi \times r^2} \sqrt{\frac{E}{12 \times \rho \times (1 - \sigma^2)}}$$

ここで、 ν 、振動数： λ 、固有振動数(モード(0 1)の場合は9.112)： h 、厚さ： r 、円板の半径： ρ 、青銅の密度(8800kg/m³)： σ 、青銅のポアソン比(0.35)： E 、ヤング率(100GPa)である。三井寺の梵鐘の厚さは、森永・養田(1950)のデータでは0.105m、栗原(1981)では先端部の厚さは0.125mとなり、開口部が少し厚くなっているが、0.125mとした。展開した円板の半径は、梵鐘の高さが1.65m、口径(外径)が1.23mなので、口径の内径を0.98mとし、その半分0.49mに1.65mを足した2.14mを採用した。式にしたがい梵鐘の(0 1)モードの振動数を計算すると、 ν は43.1Hzとなり、これまで考えられてきた最低音109Hzよりも仮定2で計算した値、及び、マイクを梵鐘内に設置して得られた47Hzに非常に近い値となった。

Kimら(2005)は、韓国の梵鐘を分析する際にRossing(1989)に倣い、基音のモードを(2 0)としている。またその周波数は、64Hzと測定されている。しかし、本研究に倣い、笠と側面の接合部を $m=1$ とすれば、Kimらの(2 0)モードは(2 1)とみなせる。(2 1)の(0 1)モードに対する振動数の円盤振動の理論的比率は3.87なので、もし(0 1)モードがあれば、その周波数は64Hzを3.87で割り、16.6Hzと計算される。この(0 1)モードに対応する周波数16.6Hzに(0 1)と(1 1)の比率である2.25倍をかけると、(1 1)モードの周波数は37.3Hzと計算される。Kimら(2005)の調査した梵鐘の高さは3.03m、口径直径1.51m、先端部の厚さ0.203mである。このうち、厚さは梵鐘先端部が厚くその上部は薄くなっているため、平均の厚さを0.15mとして、上記の式に代入して(0 1)モードの振動数を求めると、16.6Hzを得、また(1 1)は37.3Hzと計算される。これは本研究で推論した円板のモード比率から類推される振動数と合致している。Kimら(2005)はマイクを、梵鐘の外側、側面から20cmと2m離して録音しているが、本研究と同様に、低音の部分音が記録されなかった

可能性がある。

本研究の仮定2が正しいかどうかは、CDに録音された各寺院の梵鐘の音を再録音し、基音と考えられてきた音よりもさらに低音に部分音が存在するかを確かめること、および梵鐘の振動モードを直接測定し、その振動モードを解析的に調べる必要があると考えられる。

謝辞

本論文の執筆の発端となった日本の梵鐘についての研究成果発表（2017年9月開催人間科学研究所主催シンポジウム）の機会をいただきました、帝塚山大学人間環境科学研究所の柳元和先生、山本良一先生に深く御礼申し上げます。また、本論文原稿に目を通していただき、貴重なご意見をいただきました、秋元秀美(広島大学)、黒田華織(広島大学)両氏に心より御礼申し上げます。

参考文献

- 秋元秀美、櫻井直樹、山本良一（2017）円板の作り出す音と新しい楽器の可能性、人間科学研究、24：23-32.
- Kim, H., C. Lee and J. Lee (2005) Beat characteristics and beat maps of the King Seong-deok Divine Bell. *J. Sound and Vibration* 281: 21-44.
- 栗原正次（1981）梵鐘における部分音の振動分布と時代的変遷、日本音響学会誌 37: 599-605.
- Leissa, A. W. (1969) *Vibration of Plates*, NASA, Washington, D.C.
- 三井寺の鐘（2019）、天台寺門宗総本山円城寺事務所
- 西口磯春、高澤嘉光（1997）和鐘の発音機構の解析—有限要素法によるモード解析—、日本音響学会誌 53(11)：844-850.
- 森永卓一、養田實（1950）梵鐘の解説、日本金属学会誌 A14（12）：22-26.
- Obata, J. and T. Tesima (1934) Experimental investigation on the sound and vibration of a Japanese hanging-bell. *Proceedings of the Imperial Acad.* 10 (4): 211-214.
- Rossing, T. D. (1989) Acoustics of Eastern and western bells, old and new. *J. Acoust. Soc. Jpn. (E)* 10 (5): 241-252.
- Rossing, T. D. and R. Perrin (1987) Vibration of bells. *Applied Acoustics* 20: 41-70.